コンピュータ科学II

担当：武田敦志　<takeda@cs.tohoku-gakuin.ac.jp>

http://takeda.cs.tohoku-gakuin.ac.jp/

前回の復習

演習問題

(1) 次に示す論理式の
　　真理値表を作成せよ

$$Z = A \cdot B + A \cdot B$$

(2) 次の真理値表を得られる論理式を作成せよ

A	B	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0

今日の話

- コンピュータの加算回路について
  - コンピュータにおける計算の基本は加算
    - コンピュータの加算はブール代数（2進数）で行う
      - ブール代数の演算が基本となっている
  - 加算回路は論理回路の集合
    - 論理回路：AND, OR, NOT などを実現する回路

今日は「半加算回路」の設計を行います

論理回路の設計

論理回路の設計手順

真理値表を作成する
（回路の入出力を決める）

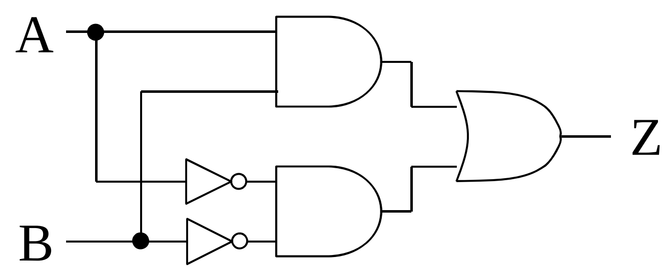
真理値表を論理式に変換する

カルノー図を使う

論理式を論理回路に変換する

A	B	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$Z = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$



論理式の作成(1)

■真理値表 ⇒ 論理式（1）

真理値表を読む

A	B	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

① A = 0, B = 0 のとき Z = 1

$$Z = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

② A = 1, B = 1 のとき Z = 1

$$Z = A \cdot B$$

Z = 1 となるのは、①の場合 or ②の場合

$$Z = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B$$

論理式の作成(2)

- 簡潔な論理式を作成する

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$Z = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C$$

$$Z = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B$$

$$Z = \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B + A \cdot B$$

$$Z = \overline{B} \cdot C + B$$

$$\Downarrow$$

$$Z = B + C$$

論理式の作成(3)

- カルノー図を利用する

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

カルノー図

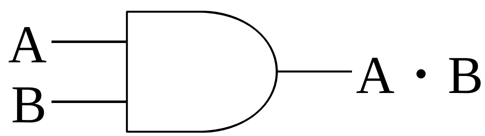
AB \ C	0	1
0 0	0	1
0 1	1	1
1 1	1	1
1 0	0	1

$$Z = B + C$$

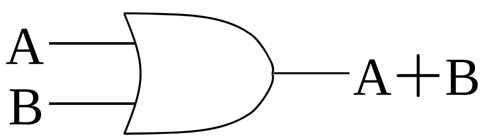
論理回路(1)

■論理回路の要素

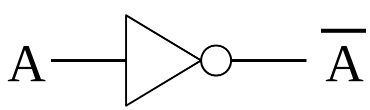
- 論理積（AND）

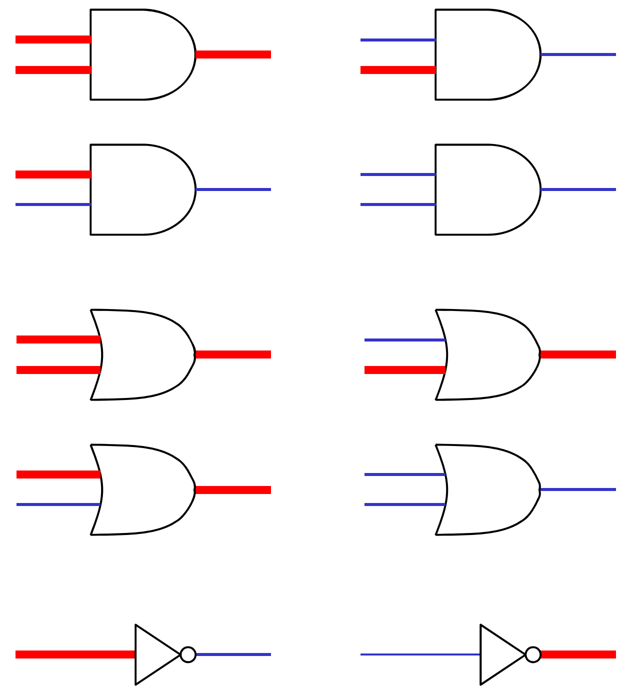


- 論理和（OR）



- 否定（NOT）

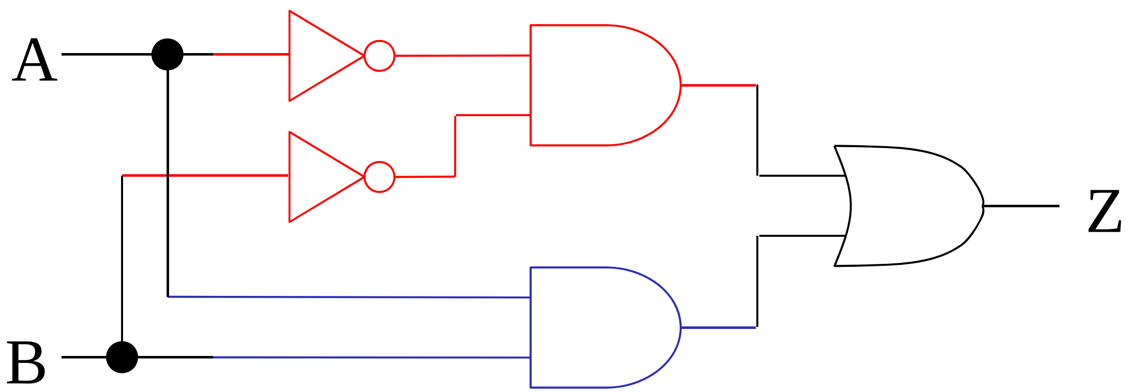




論理回路(2)

- 論理式 ⇒ 論理回路（１）

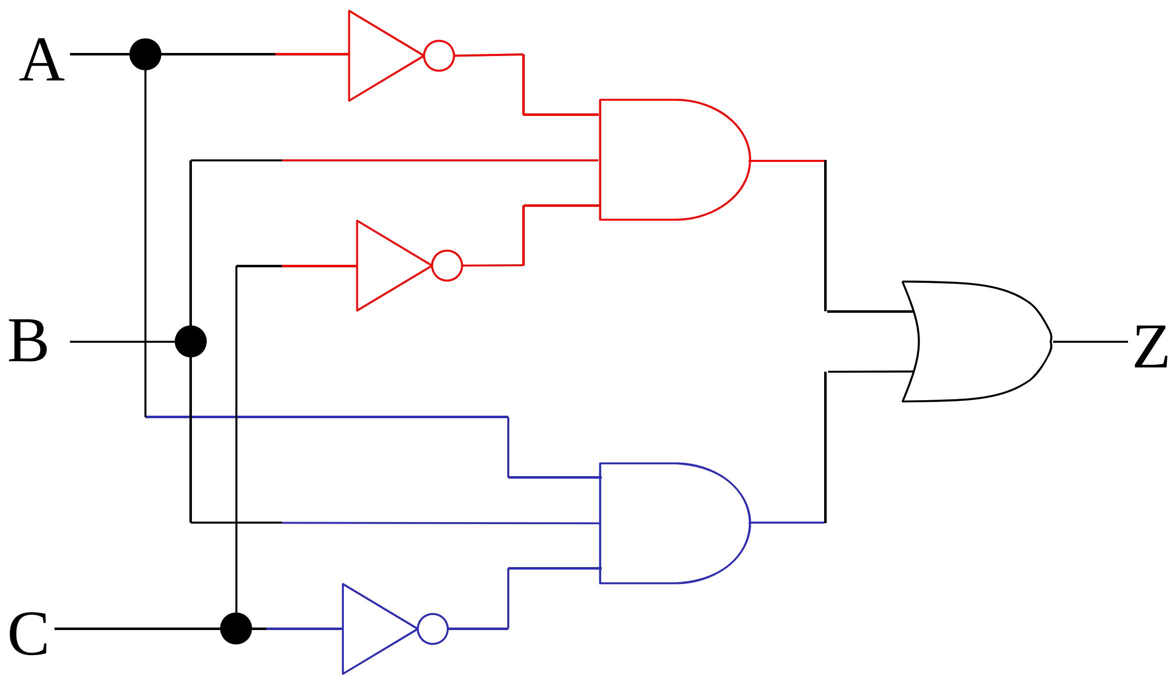
$$Z = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B$$



論理回路(3)

■論理式 ⇒ 論理回路（2）

$$Z = \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot \overline{C}$$



練習問題(2)

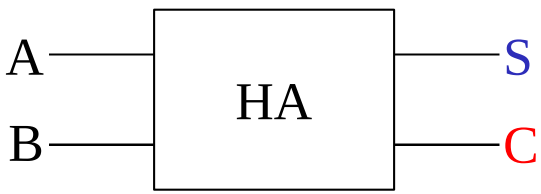
■演習問題

次の論理式の論理回路を作成せよ

$$Z = A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$$

加算回路(1)

■加算回路の真理値表



S：足し算の結果
C：繰り上がり

加算（2進数で計算）

A		B		C	S
0	+	0	=	0	0
0	+	1	=	0	1
1	+	0	=	0	1
1	+	1	=	1	0

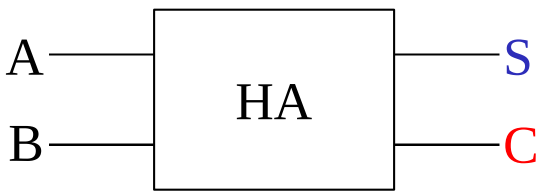
真理値表

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

加算回路(2)

■加算回路の論理式



S：足し算の結果
C：繰り上がり

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

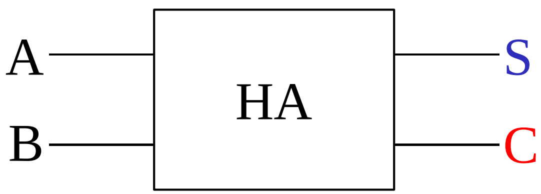
$$S = A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$$

A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$C = A \cdot B$$

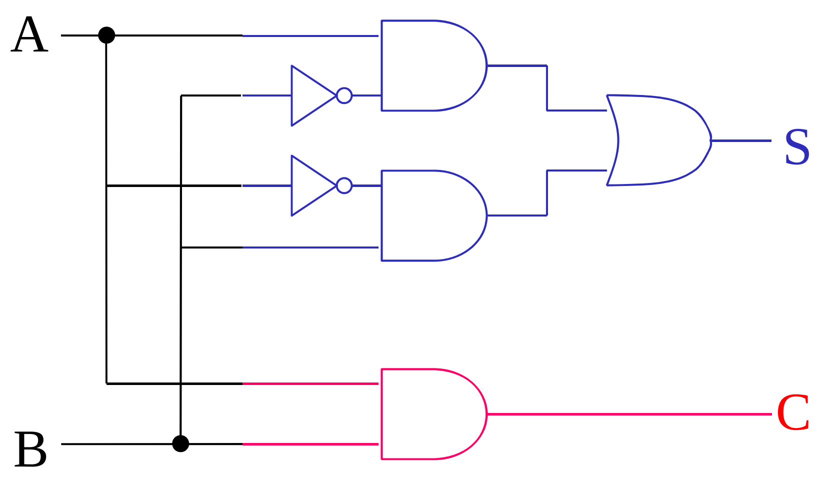
加算回路(3)

■加算回路の論理回路



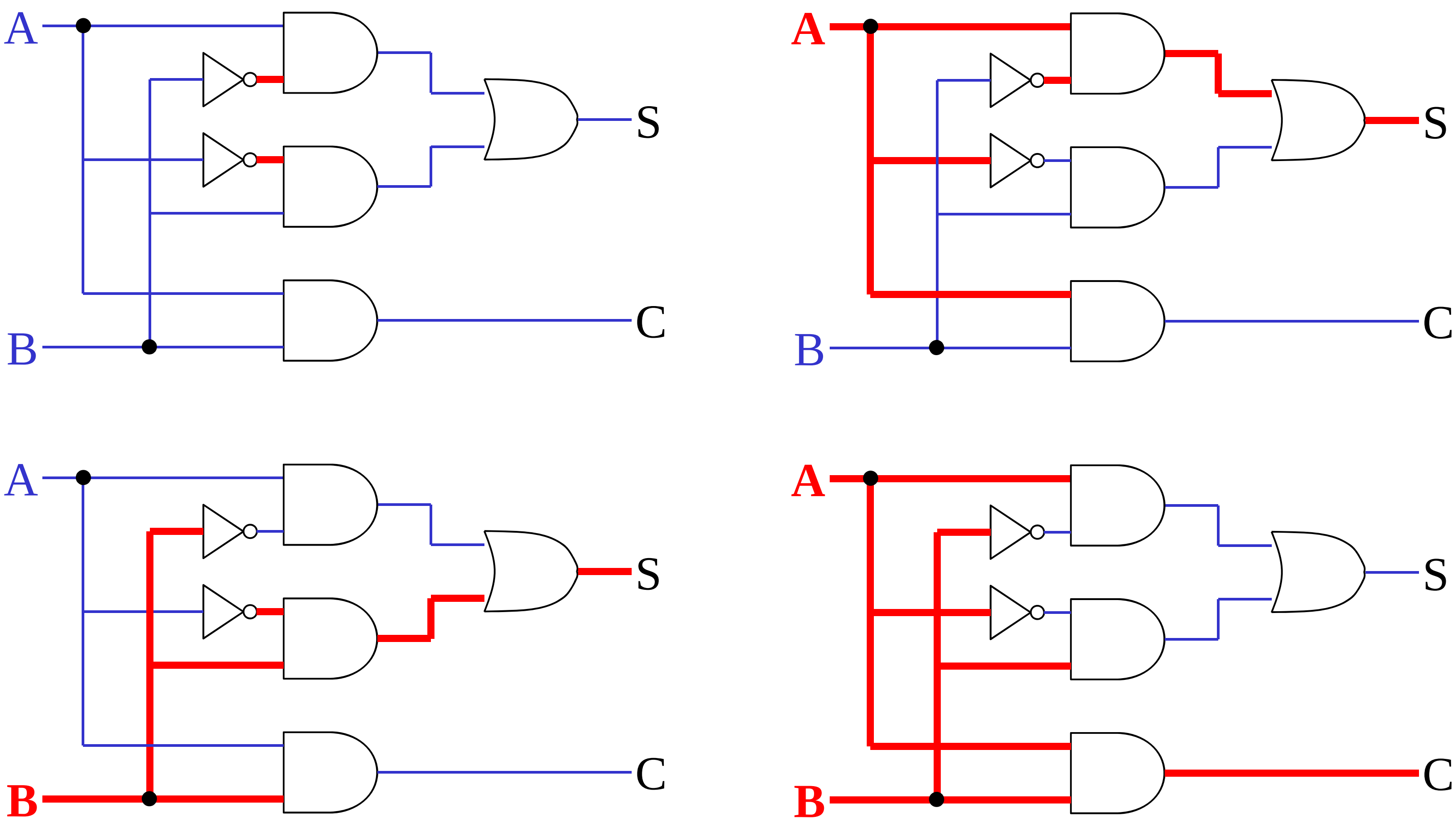
S：足し算の結果

C：繰り上がり



加算回路(4)

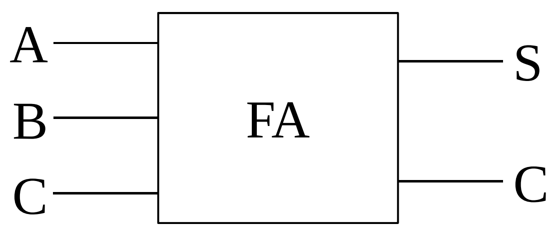
- 加算回路のディジタル回路



加算回路(5)

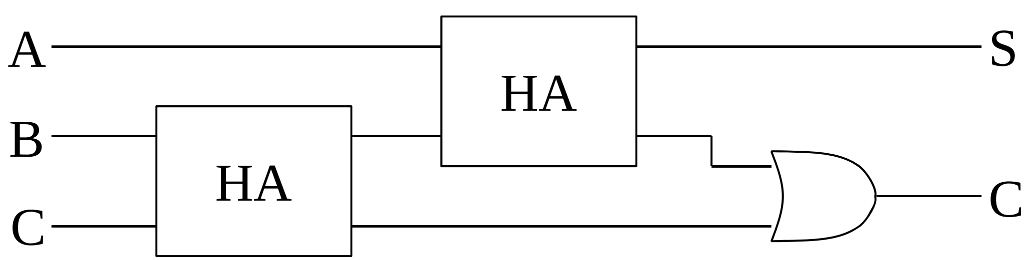
- 全加算器

  ３つの入力を受けつける加算器



0	+	0	+	0	=	0	0
0	+	0	+	1	=	0	1
0	+	1	+	0	=	0	1
0	+	1	+	1	=	1	0
1	+	0	+	0	=	0	1
1	+	0	+	1	=	1	0
1	+	1	+	0	=	1	0
1	+	1	+	1	=	1	1

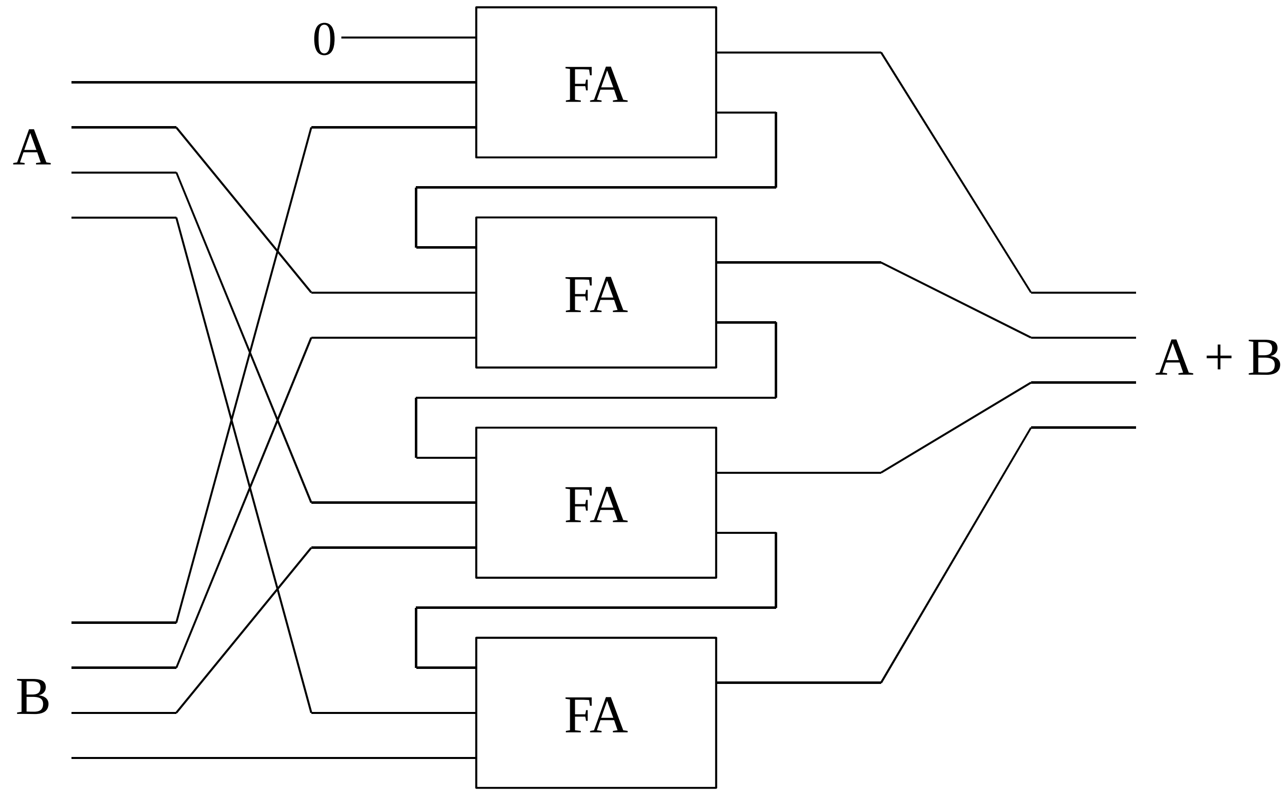
  半加算器を組み合わせることで構築できる



加算回路(6)

- ４ビット加算器

  全加算器を連携させることで、何ビットでも計算できる

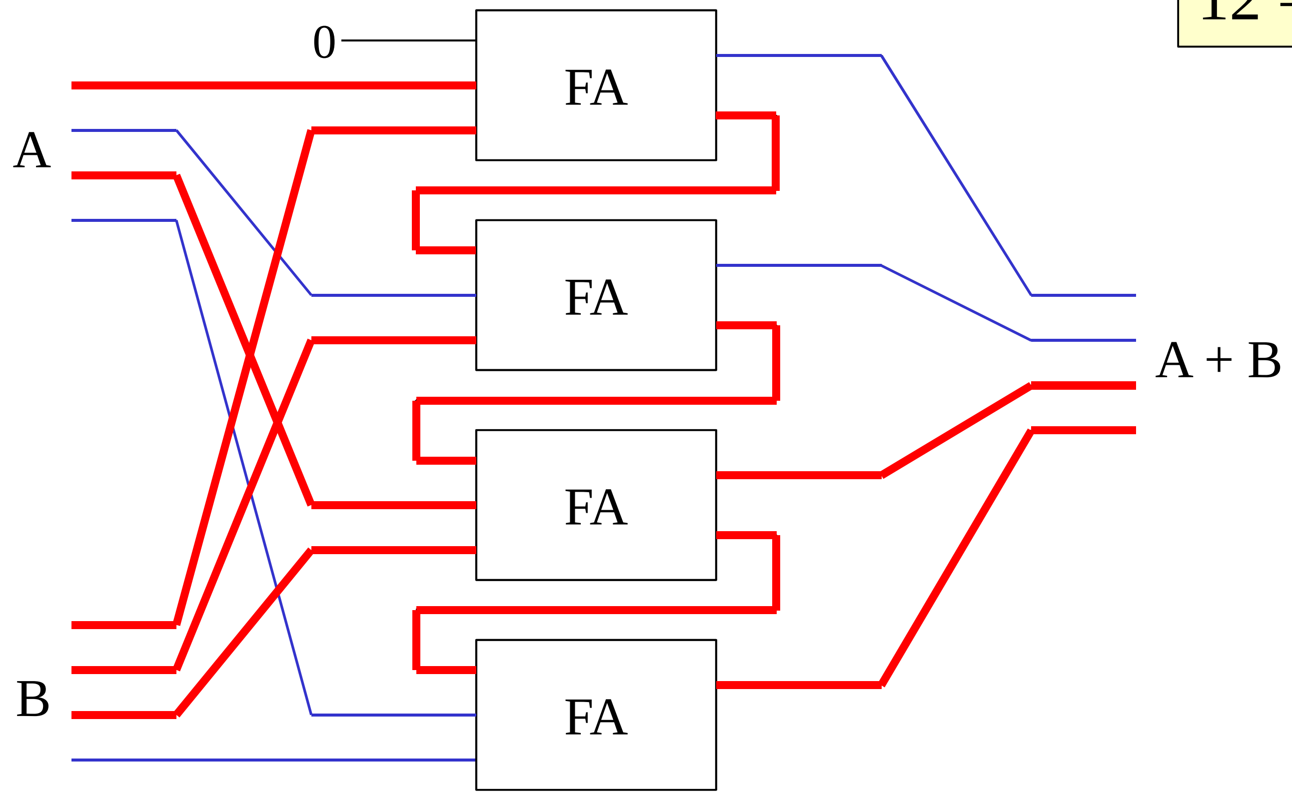


加算回路(7)

加算回路の動作

5 + 7 = 12

$5 = 0101_2$
$7 = 0111_2$
$12 = 1100_2$



小テスト

- 演習問題

次の真理値表を満たす論理回路を作成せよ

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

回路素子(1)

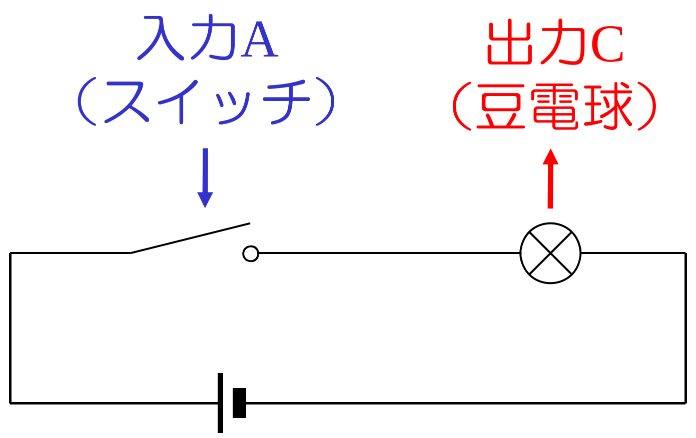
- 論理回路素子の要件

  ブール代数の演算が出来ること

  論理積（AND），論理和（OR），否定（NOT）

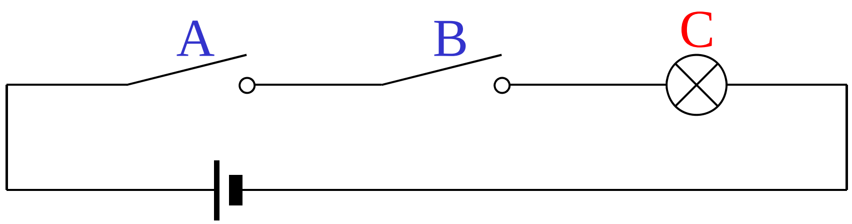
  最も単純な論理回路の例

  入力A = 出力C

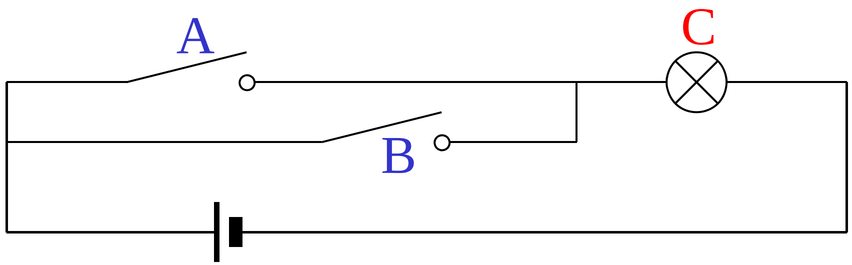


回路素子(2)

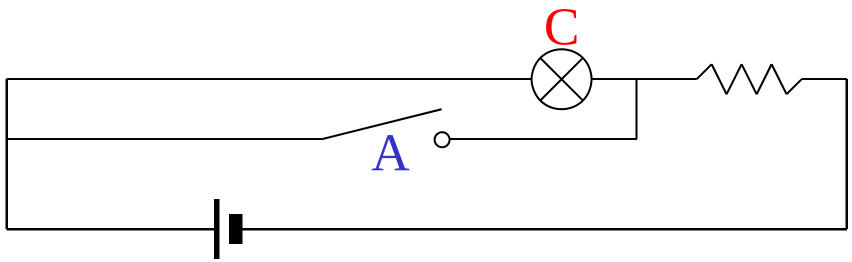
- 論理積回路の例　A・B = C



- 論理和回路の例　A＋B = C

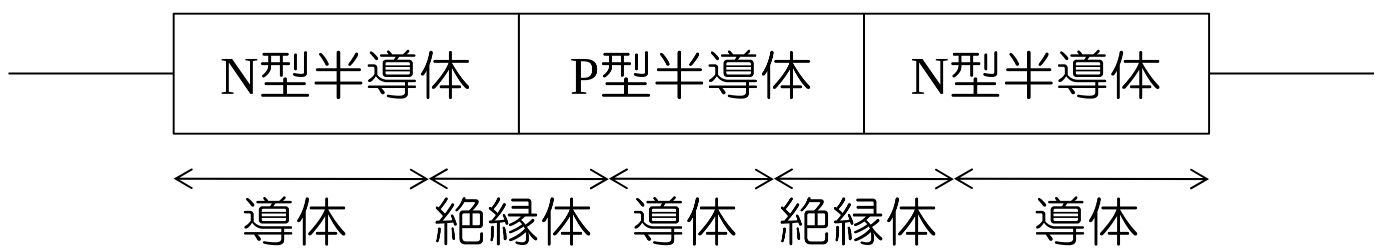


- 否定回路の例　A != C



回路素子(3)

- 半導体
  - 通常は導体だが、条件が整うと絶縁体になる
    - 絶縁体：N型半導体とP型半導体が接触している部分



- 電界効果トランジスタ
  - P型半導体の一部を『N型と同じ状態』にすることによりスイッチ動作を実現する

回路素子(4)

- 電界効果トランジスタのスイッチ動作