

コンピュータ科学II

担当：武田敦志 <takeda@cs.tohoku-gakuin.ac.jp>
http://takeda.cs.tohoku-gakuin.ac.jp/

今日の話

■コンピュータの加算回路について

コンピュータにおける計算の基本は**加算**

コンピュータの加算はブール代数（2進数）で行う

ブール代数の演算が基本となっている

加算回路は論理

今日はここを勉強します

論理回路：A

る回路

ブール代数(1)

■ブール代数

記号論理学・ブール代数を提唱（19世紀）
George Boole (1815-1864)

ブール代数：命題を変数で表現したもの

（例）命題 A 『テニスはスポーツである』

➡ A = 1（真）

命題 B 『仙台はスポーツである』

➡ B = 0（偽）

ブール代数の値には **0 と 1** しかない

ブール代数(2)

■ブール代数の演算

命題の関係を表現する

A, B が入力（条件）, Z が出力（結果）

● 論理積（AND）

$$Z = A \cdot B$$

● 論理和（OR）

$$Z = A + B$$

● 否定（NOT）

$$Z = \bar{A}$$

3つの演算を組み合わせて演算式を作る

ブール代数 (3)

■ブール代数の演算

●論理積 (AND)

命題Aと命題Bの論理積： $A \cdot B$

⇒ AとBの**両方**が真であれば、 $A \cdot B$ は真

⇒ AとBの**片方**が偽であれば、 $A \cdot B$ は偽

A = 1, B = 1

⇒ $A \cdot B = 1$

A = 1, B = 0

⇒ $A \cdot B = 0$

A = 0, B = 1

⇒ $A \cdot B = 0$

A = 0, B = 0

⇒ $A \cdot B = 0$

page 5

ブール代数 (4)

■ブール代数の演算

●論理和 (OR)

命題Aと命題Bの論理和： $A + B$

⇒ AとBの**片方**が真であれば、 $A + B$ は真

⇒ AとBの**両方**が偽であれば、 $A + B$ は偽

A = 1, B = 1

⇒ $A + B = 1$

A = 1, B = 0

⇒ $A + B = 1$

A = 0, B = 1

⇒ $A + B = 1$

A = 0, B = 0

⇒ $A + B = 0$

page 6

ブール代数 (5)

■ブール代数の演算

●否定 (NOT)

命題Aの否定： \bar{A}

⇒ Aが真であれば、 \bar{A} は偽

⇒ Aが偽であれば、 \bar{A} は真

A = 1

⇒ $\bar{A} = 0$

A = 0

⇒ $\bar{A} = 1$

page 7

演習問題 (1)

■演習問題

つぎの演算は「論理積」「論理和」「否定」のいずれか？

(A, B を入力, Z を出力とする)

① B = 0 のとき Z = 1

B = 1 のとき Z = 0

② A = 1, B = 1 のとき Z = 1

それ以外のとき Z = 0

③ A = 0, B = 0 のとき Z = 0

それ以外のとき Z = 1

page 8

複雑なブール演算 (1)

■少し複雑なブール演算

- 3個以上の入力

$$Z = A \cdot B \cdot C \quad (A=1, B=1, C=1 \text{ のときだけ } Z=1)$$

$$Z = A + B + C \quad (A=1 \text{ もしくは } B=1 \text{ もしくは } C=1 \text{ のとき } Z=1)$$

- 論理積・論理和・否定の組み合わせ

計算順序は数式と同じ (否定 > 論理積 > 論理和の順序)

計算順序を変更する場合は括弧を使う

$$Z = A \cdot B + B \cdot C \quad (A=1, B=1 \text{ もしくは } B=1, C=1 \text{ のとき } Z=1)$$

$$Z = (A + B) \cdot C \quad (A=1 \text{ or } B=1 \text{ であり } C=1 \text{ のとき } Z=1)$$

page 9

複雑なブール演算 (2)

■よく使われる複雑な演算 (1)

- 論理積の否定 (NAND)

$$A \text{ と } B \text{ の論理積の否定 : } \overline{A \cdot B}$$

⇒ A と B の **両方** が 1 であれば、 $\overline{A \cdot B}$ は **0**

⇒ A と B の **片方** が 0 であれば、 $\overline{A \cdot B}$ は **1**

- 論理和の否定 (NOR)

$$A \text{ と } B \text{ の論理和の否定 : } \overline{A + B}$$

⇒ A と B の **片方** が 1 であれば、 $\overline{A + B}$ は **0**

⇒ A と B の **両方** が 0 であれば、 $\overline{A + B}$ は **1**

page 10

複雑なブール演算 (3)

■よく使われる複雑な演算 (2)

- 排他的論理和 (XOR)

$$A \text{ と } B \text{ の排他的論理和 : } A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$$

$$\Rightarrow A=1, B=1 \text{ であれば, } A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B = 0$$

$$\Rightarrow A=1, B=0 \text{ であれば, } A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B = 1$$

$$\Rightarrow A=0, B=1 \text{ であれば, } A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B = 1$$

$$\Rightarrow A=0, B=0 \text{ であれば, } A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B = 0$$

page 11

演習問題 (2)

■演習問題

① $Z = A \cdot B + B \cdot C + C \cdot A$

A=1, B=0, C=1 のときの Z を計算せよ

② $Z = (A + B) \cdot \overline{C}$

A=1, B=0, C=0 のときの Z を計算せよ

page 12

真理値表 (1)

■真理値表

論理式の入力と出力の関係を表として整理する

$$Z = A \cdot B$$

A	B	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$Z = A + B$$

A	B	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$Z = \bar{A}$$

A	Z
0	1
1	0

page 13

真理値表 (2)

■少し複雑な真理値表

$$Z = A \cdot B + B \cdot C + C \cdot A$$

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

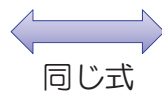
page 14

真理値表 (3)

■真理値表を使って論理式を確かめる

$$Z = \overline{A \cdot B}$$

A	B	Z
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



同じ式

$$Z = \bar{A} + \bar{B}$$

A	B	Z
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

page 15

演習問題 (3)

■練習問題

次に示す2つの論理式が同じ式であることを真理値表を使って確認せよ

$$Z = A \cdot (B + C)$$

$$Z = A \cdot B + A \cdot C$$

page 16

論理式の作成(1)

■真理値表 ⇒ 論理式 (1)

真理値表を読む

A	B	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

① A=0, B=0 のとき Z=1

$$Z = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

② A=1, B=1 のとき Z=1

$$Z = A \cdot B$$

Z=1 となるのは、①の場合 or ②の場合

$$Z = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$$

page 17

論理式の作成(2)

■真理値表 ⇒ 論理式 (2)

3入力の真理値表でも同じ

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$Z = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$$

$$Z = A \cdot B \cdot \bar{C}$$

$$Z = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot \bar{C}$$

page 18

練習問題(1)

■演習問題

次の真理値表を論理式に変換せよ

①

A	B	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

②

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

page 19